S A G G I O

D I

GEOMETRIA PIANA E SOLIDA CO' SUOI PRINCIPALI USI

CHE ALL' ILLmO, E RmO PADRE ABBATE

D. SAVERIO BASILE

PRESIDENTE GENERALE MERITEVOLISSIMO

D E L L A

CONGREGAZIONE CELESTINA DELL' ORDINE DI S. BENEDETTO,

VIGILANTISSIMO ORDINARIO

DI TUTTA LA REGIA DIOCESI MURRONENSE

PRELATO PALATINO &c.

I N C U I

FRA' LE INFINITE ALTRE VIRTU'

La Pietà, la Dottrina, la Prudenza, l' Urbanità, e Soavità de' Costumi mirabilmente risplendono

SI OFFRE E CONSAGRA DAGLI ALUNNI

D. Giacomo, e D. Michele Rota Studenti di Filosofia, e Matematica nel Real Monistero della SS. Ascensione de' PP. Celestini.

Sotto la Direzione del Padre D. Raffaele d' Amely *Lettore di Filosofia E che da' Medesimi publicamente si espone; dandosi ad Ognuno la Facoltà d' interrogare.*

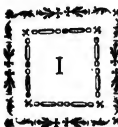


In Napoli Mese d' Aprile An. MDCCC.

Utinam qui Ecclesiæ, ac Reip. præsunt caverent, ne ad cætera tractanda studia animum appellerent, nisi Mathematica cognitione imbuti, neque ullus dubito fore, ut aliam Ecclesiæ, aliam Reip. faciem contueremur.

Wolf. in præf. Elem. Math.

INTRODUZIONE



L nome solo di Matematica, la di cui Etimologia significa Istruzione, e scienza dipinge con giustezza, e precisione la nobile idea, che di essa ciascun formar si deve. Ed invero altro esse non sono, che una concatenazione di principj, di raziocinj, e di conclusioni, accompagnata sempre mai dalla certezza, e dall' evidenza, carattere solo proprio delle cognizioni scientifiche.

La Matematica può dirsi antica quanto l' istessa società, e le leggi. Di tempo in tempo sempre più illustrata, ora la vediamo giunta al punto da non potersi trovar' alcuno, io credo, il quale, nel lodarla, dopo aver molto detto, non sembrasse aver detto pochissimo, tanta è grande, e sublime la sua Dignità, illimitata, ed estesa la sua utilità.

Le Matematiche hanno per oggetto il misurare, o piuttosto paragonare le Grandezze, per esempio le distanze, le superficie ec. Dividonsi esse in *Matematiche pure*, e *Matematiche miste*, le quali con altro nome si chiamano scienze *Fisico-Matematiche*. Le Matematiche pure considerano la *grandezza* in una maniera semplice, generale, ed astratta, e perciò hanno esse il prezioso vantaggio d' esser fondate sopra le nozioni primordiali della *Quantità*. Questa classe comprende I. L' Aritmetica, ossia l' arte di numerare. II. la Geometria, la quale insegna a misurare l' Estenzione. III. L' Analisi, ossia la scienza delle grandezze in generale. IV. Finalmente la Geometria mista, cioè una combi-

nazione della Geometria ordinaria, e dell' Analisi. In questo saggio dunque si esporrà soltanto quella parte della Matematica, che insegna a misurar l'estensione, e che ha per oggetto la grandezza, o quantità *continua*, quella cioè composta da parti frà loro collegate, e connesse quasi con un certo scambievole vincolo.

La dottrina delle ragioni, e proporzioni riputandosi giustamente il fondamento, e la base di tutte le scienze Matematiche in qualunque ramo esse riguardansi; poichè nella Geometria privi di una tal cognizione si restarebbe nelle preliminari nozioni del Triangolo, Parallellogrammo, Rettangolo, Quadrato, Circolo ec. E nell' Aritmetica non si potrebbero eseguire, che le prime operazioni; si è stimato perciò premettere alla Geometria un breve Trattato delle cennate Ragioni, e Proporzioni delle Quantità generalmente considerate.

Non si è già voluto formare un nuovo metodo Geometrico; ma piuttosto un' Elengo delle verità Geometriche. Laonde invece dell' ordine tenuto dal famoso Euclide commendato dal chiarissimo Andrea Tacquet, nel quale, come in altri quelle Proposizioni premettonsi, che alle altre di base servono e fondamento, si è seguito quello delle Teorie, come più semplice, e adatto al fine propostoci. Sia dunque.



TRAT-

TRATTATO

Delle Ragioni, e Proporzioni delle Quantità.

CHe cosa è *Quantità*, e di quante specie sia?
Delle Quantità quali diconsi *Omogenee*, e quali Eterogenee?
Che vuol dire parte *Aliquota*, e parte *Aliquanta*, e perchè la parte Aliquota chiamasi *sottomoltiplice* del tutto, e questo *moltiplice* della parte?
Che cosa è *commune misura*, e quali sono le Quantità *Commensurabili*, ed *Incommensurabili*.
Premesse queste poche Definizioni passiamo ora ad esaminare le tre specie di Ragioni, e Proporzioni *Geometrica*, *Aritmetica*, ed *Armonica*. Lo faremo nei seguenti due Capitoli; Nel primo si parlerà della Ragione, e Proporzione Geometrica, ed Aritmetica unitamente: poichè toltone, che quella risguarda le *continue*, e questa le *discrete* Quantità, quasi tutte le Nozioni e Teoremi sono communi ad ambidue. La chiarezza, e la brevità formano il singolar pregio della Geometria. Dunque si è cercato in poche domande rinchiudere quanto di più interessante si puol desiderare nell' una, e nell' altra per la necessaria cognizione delle Proporzioni. Nel secondo Capitolo si parlerà della Proporzione Armonica.



CA-



CAPITOLO PRIMO

Della Ragione, e Proporzione Geometrica, ed Aritmetica.

CHe cosa è *Ragione*, di quante specie sia, e quali cose debbonsi in essa considerare?

Che cosa è *Proporzione*, e di quante specie sia?

Quali sono gli assiomi da premettersi alla dottrina delle proporzioni?

Quante, e quali siano le principali maniere di argomentare in proporzione?

Da qual fondamentale Teorema dipende la dimostrazione delle varie maniere d' argomentare in proporzione?

Questo teorema fondamentale è commune tanto alla proporzione Geometrica, che all' Aritmetica colla sola differenza, che in quella si fa uso della moltiplicazione, ed in questa dell'addizione. Di più delle quattro principali maniere d' argomentare *Invertendo*, *Alternando*, *Componendo*, *e Dividendo* le prime due soltanto hanno luogo nella proporzione Aritmetica, come chiaramente si osserva coi numeri.

Che vuol dire argomentare *ex æqualitate ordinata*, *ed ex æqualitate perturbata*?

Come si dimostrano le due surriferite maniere d'argomentare?

Su qual principio sono appoggiate le maniere d' argomentare ex æqualitate ordinata, ed ex æqualitate perturbata?

Che cosa è ragion composta?

Date due ragioni come se ne trova la composta?

Che vuol dire ragion duplicata, triplicata ec. e sudduplicata, suttriplicata?

Per qual motivo una ragione dicesi duplicata, o sudduplicata di un' altra; e così in appresso.

Come si trova la ragion duplicata sudduplicata ec

Come si trova la terza, quarta, e media proporzionale?

CAP.



C A P. II.

Della Proporzione Armonica.

CHe cosa è Proporzione *Armonica?*

Come questa Proporzione influisce nella Musica?

Date due quantità come si trova la media armonicamente proporzionale?

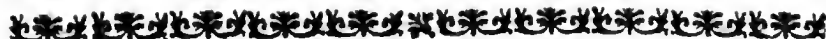
Date due quantità come si trova la terza armonicamente proporzionale?

Che cosa è proporzione *Contrarmonica?*

Premesse le principali cognizioni che riguardano le ragioni, e proporzioni delle quantità, passiamo a formare un elengo de' Teoremi e Problemi degli Elementi di Geometria Piana e Solida, coi di loro principali Usi. Lo divideremo in due parti. Nella prima si esporranno quelli della Piana. Nella seconda quei della solida. Sia dunque



PAR-



PARTE PRIMA

Degli Elementi di Geometria Piana.

IN questa parte ci abbiamo proposto di analizar primo ciò, che alla linea appartiene, come più semplice, essendo una grandezza solamente *lunga*. Indi esamineremo le figure, e le superficie col di loro scambievole paragone. Chiamasi *superficie*, o area tutto ciò che si concepisce di lunghezza soltanto, e larghezza dotato. Ogni spazio terminato da linee per ogni parte dicesi *figura;* la quale sarà rettilinea o curvilinea, secondo che le linee terminanti saranno rette, o curve. Dal numero poi di queste linee prendono le figure diverse denominazioni. Così la figura terminata da tre rette dicesi *Triangolo*, quella da quattro chiamasi *Quadrilatero*. Quella finalmente, che è compresa dal circuito di una linea, che si chiama circonferenza, dalla quale ad un punto contenuto dentro tutte le rette tirate sono uguali, si dice circolo ec. Per maggior chiarezza divideremo ciascuna parte in varii Capitoli.

CAPITOLO PRIMO

Della linea.

PRop. 1. Prob. Ad un punto dato porre una linea retta uguale ad un' altra data.

Prop. 2. Prob. Date due rette diseguali togliere dalla maggiore una parte uguale alla minore.

Prop. 3. Prob. Dividere per metà una data retta terminata.

110.

Uso di questo Problema.

Volendo misurare una distanza inaccessibile, come sarebbe la bocca di una voragine, si puol far uso di questa proposizione.

Prop. 4. Prob. Sopra una data retta linea da un punto in essa dato innalzare una perpendicolare.

Uso di questo Problema.

Debbasi misurare la larghezza di un fiume.

Prop 5. Prob. Da un dato punto fuori di una retta infinita abbassare una perpendicolare.



C A P. II.

Delle linee proporzionali.

PRop. 6. Teor. Se quattro rette saranno proporzionali il Rettangolo delle estreme uguaglierà quello delle medie. Ed al contrario.

Prop. 7. Teor. Se tre rette sono proporzionali, il Rettangolo delle estreme sarà uguale al quadrato della media. Ed al contrario.

Prop. 8. Prob. Dividere una data retta in ragion media, ed estrema.

Prop. 9. Prob. Dividere una data retta secondo la data proporzione.

Prop. 10. Prob. Dividere una data retta proporzionalmente alle parti di un' altra.

Prop. 11. Prob. Date due rette ritrovare la terza proporzionale.

Lemma 1. Se una data ragione d' ineguaglianza minore si continuerà all' infinito, si giungerà ad una quantità maggiore di qualunque data.

Lemma 2. Se una data ragione d'ineguaglianza maggio-

resi continui all' infinito, si giungerà ad una quantità minore di qualunque data.

Prop. 12. Prob. Data una raggione d' ineguaglianza maggiore continuarla all' infinito, e di tutti i termini esibirne la somma.

Prop. 13. Prob. Date tre rette ritrovare la quarta proporzionale.

Prop. 14. Prob. Date due rette ritrovare la media proporzionale.

Coroll. Deducesi dal proposto problema il metodo parimenti di ritrovare tra due rette date tre, sette quindici ec. medie proporzionali.

Scol. E' questo il luogo di far parola del tanto celebre problema in cui si cerca ritrovare *circino & regula* tra due rette date due medie proporzionali. Attesero alla soluzione di questo problema non solo gli antichi Geometri, e specialmente i Greci, al dir di Platone, ma ben anche i Moderni. Fra quelli come riferisce Eutocio, si annoverano principalmente Platone, Archita Tarentino, Menesmo, Eratostene, Filone Bizantino, Dione, Apollonio Pergeo, ed altri. Fra questi Renato Cartesio. Trà i tanti metodi ritrovati da' surriferiti Geometri, esporremo soltanto quello di Cartesio, come il più ingegnoso, ed universale, estendendosi non meno a due, che a 4. 6. &c. medie proporzionali. Sia dunque.

Prop. 15. Prob. Ritrovare tra due rette date *due*, *quattro*, *sei* medie proporzionali.



CA-

 III.



C A P. III.

Delle linee considerate dentro, e fuori del Cerchio.

PRop. 16. Teor. La retta, che congiunge due punti della circonferenza di un cerchio, cade dentro di esso cerchio.

Prop. 17. Teor. Se nel cerchio una retta tirata per il centro seghi per metà un'altra, che per lo centro non passa, le sarà perpendicolare; e se l'è perpendicolare, la segherà per metà.

Prop. 18. Teor. Se nel Cerchio due rette non tirate per il Centro si seghino, non si taglieranno per metà.

Prop. 19. Teor. Se in un Circolo si prenda un punto diverso dal Centro, dal quale si conducano alla Periferia varie rette I. La massima sarà quella, che passa per il Centro. II. Il rimanente del Diametro sarà la minima. III. Quanto più le linee si scosteranno dal diametro, altrettanto saranno minori. IV. Finalmente dal punto preso non più di due rette uguali possono condursi alla Periferia.

Prop. 20. Teor. Se da un punto fuori del Cerchio cadano più rette alla circonferenza sì nella parte Concava, che nella Convessa: trà le prime massima sarà quella, che incontra il Centro, e la più vicina ad essa sarà maggiore delle altre; trà le seconde poi minima sarà quella, che prolungata passa per il Centro; e quella, che a questa si avvicina, minore delle altre. Finalmente dal dato punto due sole linee rette uguali si possono condurre sì al Convesso, che al Concavo della Periferia.

Prop. 21. Teor. Nel Cerchio le rette uguali sono equidistanti dal Centro; e se sono equidistanti, sono uguali.

Prop. 22. Teor. Tra le rette iscritte al Cerchio la Mas-

ma è il diametro. Delle altre poi quella è maggiore, che al Centro è più vicina.

Prop. 23. Teor. In Circoli uguali, o nello ſteſſo, rette uguali ſottendono archi uguali, e ſe queſti ſono uguali, anche le ſotteſe ſaranno uguali.

Prop. 24. Teor. Se due linee rette ſi tagliano in un Circolo il rettangolo compreſo ſotto le parti di una uguaglierà quello delle parti dell' altra.

Uſo di queſto Teorema.

Dato il terreſtre Diametro, e l' altezza della terreſtre atmosfera trovare la lunghezza della via del Raggio orizontale dentro la ſteſſa Atmosfera.



C A P. IV.

Delle Linee Parallele.

SE due o più linee rette eſiſtenti nel medeſimo piano, e diſteſe all' infinito, ſaranno ſempre frà loro equidiſtanti, allora queſte linee rette ſi diranno *parallele*. Biſogna dunque di queſte indagarne le proprietà, ed eſaminare quali ſieno i di loro diſtintivi caratteri.

Prop. 25. Teor. Se due rette parallele vengano ſegate da una retta, ſaranno I. gli Angoli Alterni uguali. II. l' Angolo eſterno uguale all' interno oppoſto dalla medeſima parte. III. Due interni dalla ſteſſa parte preſi inſieme uguali a due retti.

Prop. 26. Teor. Se due rette vengono tagliate da una terza, di maniera che ſiano. I. gli Angoli alterni uguali. II. l' angolo eſterno uguale all' interno oppoſto dalla ſteſſa parte. III. finalmente due interni dalla ſteſſa parte preſi inſieme, uguali a due retti; queſte due rette ſaranno parallele.

Prop. 27. Teor. Se due rette ſono parallele ad una terza, ſaranno parallele frà di loro. Prop.

Prop. 28. Prob. Per un dato punto tirare una retta parallela ad un' altra.

Uso di questo Problema.

Tirare una parallela ad un lato inaccessibile di una fortezza, alla quale non possa il Comandante avvicinarsi più di un dato punto.

Prop. 29. Teor. Uguali, e Parallele sono le rette, che congiungono due altre tra loro uguali, e parallele.

C A P. V.

Delle Tangenti, e delle Secanti.

QUella retta, che ha un sol punto comune colla circonferenza di un Cerchio, chiamasi *Tangente;* ed il punto comune dicesi *Punto di Contatto*. *Secante*, poi chiamasi quella, che taglia la periferia.

Prop. 30. Teor. La retta, la quale esiste perpendicolarmente sull' estremità del Diametro. I. Caderà tutta fuori del cerchio. II. toccherà il cerchio in un sol punto. III. Tra essa, ed il cerchio non puol condursi altra retta al punto di contatto, che non seghi il Cerchio.

Coroll. I. Dunque niuna retta potrà mai dividere l'angolo mistilineo del contatto, cioè l'angolo formato dalla tangente, e dall' arco del circolo; poichè tra la tangente, ed il circolo non si puol tirare altra retta allo stesso contatto, che non tagli il cerchio.

Coroll. II. Se una linea cadendo sopra d' un' altra, si prolunghi all' infinito, e negl' infiniti punti di questa, presi i centri, si descrivano infiniti cerchj al contatto, questi toccheranno quella linea finita nello stesso punto.

Coroll. III. Dunque in qualsivoglia ragione i cerchi si avvicineranno sempre anche all' infinito alla tangente, ma

ma non potranno giammai ad essa unirsi, che in un sol punto, il che quantunque sia evidentissimo, pure non può non recare meraviglia e stupore.

Coroll. IV. Da ciò si comprende, che qualunque linea è divisibile all' infinito, imperciocchè conducendosi da uno de' centri una linea alla tangente, questa sarà sempre dai circoli segata, non potendo mai il circolo coincidere colla tangente.

Scolio. Questo teorema co' suoi corollarj è di gran uso nella Fisica parlandosi della divisibilità all' infinito, questione tanto dai Filosofi agitata.

Prop. 31. Prob. Condurre una tangente ad un punto qualunque di una data circonferenza.

Prop. 32. Teor. Se una retta tocch' il cerchio, ed al contatto dal centro un' altra retta si conduca, questa sarà perpendicolare alla tangente.

Prop. 33. Teor. Se una retta tocchi il cerchio, e dal contatto si abbassi una perpendicolare nella circonferenza, in questa vi sarà il centro.

Prop. 34. Teor. Se una retta tocca il circolo, ed un altra tirata dal contatto lo seghi, sarà l' angolo formato dalla tangente, e dalla secante uguale a quello, che vien compreso nel segmento alterno.

Uso di questo Teorema.

Data la lunghezza di qualunque oggetto, e dato un angolo qualunque trovare un punto, in cui sotto il dato angolo possa vedersi lo stesso oggetto.

Prop. 35. Teor. Se da un punto preso fuori del cerchio si tirino due rette una tangente, e l' altra secante, il rettangolo formato sopra tutta la secante, e la parte esistente fuori del cerchio, sarà uguale al quadrato della Tangente.

Coroll. I. Se da un medesimo punto si tirano due tangenti allo stesso cerchio, queste saranno uguali.

Coroll.

Coroll. II. Se più secanti dallo stesso punto preso fuori del circolo vadano a terminare nel concavo della circonferenza, tutti i rettangoli formati sopra tutte le rette, e le parti esteriori, saranno uguali.

Prop. 36. Teor. Se da un punto fuori del cerchio cada sù di esso una retta, che lo seghi, ed un' altra, che lo incontri, in modo, che il rettangolo della secante nella parte di essa, ch' è fuori del cerchio, uguagli il quadrato dell' altra; questa toccherà il cerchio medesimo.



C A P. VI.

Degli Angoli.

SE due rette linee prolungate da una parte concorrano in un punto; questa loro inclinazione chiamasi *Angolo*.

Prop. 37. Teor. Se una retta cadendo in due altre fa gli angoli interni dalla stessa parte minori di due retti, queste due rette linee prolungate, concorreranno verso questa medesima parte.

Prop. 38. Teor. Una retta cadendo sù di un altra farà con essa due angoli, o ambi retti, o a due retti uguali.

Coroll. I. Se più rette insistano sopra di un altra, tutti gli angoli presi insieme saranno uguali a due retti.

Coroll. II. Se due o più rette si secano in un medesimo punto; tutti gli angoli presi insieme intorno al punto di comune intersezzione, saranno uguali a quattro retti.

Prop. 39. Teor. Se due rette concorrono con una terza in un istesso punto, di maniera che formano gli angoli uguali a due retti; giaceranno in diretto.

Prop. 40. Teor. Se due rette si secano vicendevolmente, gli angoli opposti al vertice sono uguali. *Uso*

Uso di questo Teorema.

Da questo teorema vien somministrata agli Astronomi la maniera di osservare col quadrante la distanza di un corpo celeste dal Zenit, e dall' Orizonte.

Uso II.

Dallo stesso s'impara a ritrovare il punto, da cui riflettendosi una palla sul bigliardo vada ad incontrare un' altra.

Prop. 41. Prob. Dividere per metà un dato angolo rettilineo.

Coroll. Dunque l'angolo si puol dividere in angoli uguali 4, 8, 16 &c.

Uso di questo Problema,

Si debba descrivere la linea meridiana sopra un piano orizontale.

Prop. 42. Prob. Ad un dato punto di una retta data fare un angolo uguale al dato.

Scolio. La misura dell' angolo è la periferia del circolo, la quale descrivesi preso come centro il di lui vertice.

Degli angoli considerati nel Cerchio.

Prop. 43. Teor. L'angolo al centro è doppio di quello alla periferia, purchè abbiano per base lo stesso arco.

Prop. 44. Teor. Tutti gli angoli, che nel circolo hanno per base uno stesso arco; sono uguali. Lo stesso accade, se esisteranno nel medesimo segmento.

Prop. 45. Teor. Nei cerchi uguali se gli angoli ai centri, o alle circonferenze sono uguali, anche gli archi, sopra i quali poggiano saranno uguali. E se gli archi sono uguali, lo saranno ancora gli angoli.

Prop. 46. Teor. L'angolo nel semicerchio è retto; nella porzione maggiore è acuto; nella minore è ottuso.

Uso

Uso di questo Teorema.

Dato un oggetto qualunque , e fuori di esso una linea in qualunque maniera collocata orizontalmente , trovare in questa uno o due punti , da' quali guardandosi l' oggetto, apparisca sotto un angolo di 90. gradi.

Prop. 47. Teor. Nei cerchi uguali gli angoli ai centri, o alle circonferenze seguono la ragione degli archi , su de' quali stanno.

Coroll. I. L' angolo del centro è a quattro retti , come l' arco su cui è posto all' intiera circonferenza.

Coroll. II. Nei cerchi dissuguali gli archi , che sottendono angoli uguali o al centro , o alla periferia , sono simili.

C A P. VII.

Del Triangolo:

PRop. 48. Teor. L' Angolo esterno di un Triangolo è uguale alli due interni opposti presi insieme , e tutta la somma delli tre angoli uguaglia quella di due angoli retti.

Scolio. Al riferire di Eudemo antico Geometra , Pitagora fu l' inventore di questo sì fecondo Teorema , il di cui uso è quasi infinito nella matematica tutta; onde giustamente si reputa, e si propone per esemplare di una perfettissima, ed accurata dimostrazione. Da questo teorema deduconsi moltissime, ed utilissime illazioni.

Prop. 49. Teor. Ne' Triangoli l' angolo opposto al lato maggiore è maggiore di quello , che al lato minore si oppone.

Prop. 50. Teor. In ogni triangolo è maggiore quel lato , che si oppone all' angolo maggiore : e minore è quello , che è opposto all' angolo minore.

Prop. 51. Teor. Di ogni triangolo due lati insieme sono maggiori del terzo.

Prop. 52. Teor. Se dagli estremi di un lato tirate due rette dentro il triangolo s'incontrano in un punto, saranno minori de' lati rimanenti, ma conterranno un' angolo maggiore.

Prop. 53. Prob. Di tre date rette, delle quali due insieme siano maggiori della terza, costituire un triangolo.

Prop. 54. Teor. In ogni triangolo il quadrato del lato opposto all' angolo acuto manca da quei dei rimanenti lati di due rettangoli, che si comprendono da uno dei lati dell' angolo acuto, e dalla parte di questo lato stesso racchiusa tra il detto angolo, e la perpendicolare tirata dal vertice dell' opposto angolo.

Prop. 55. Teor. In ogni triangolo ottusangolo il quadrato del lato posto incontro all' angolo ottuso supera quei dei rimanenti lati di due rettangoli compresi da uno dei lati dell' angolo ottuso, e da quella parte di quello stesso lato disteso, ch' è fuori del triangolo tra l' angolo ottuso, e la normale abbassata dal vertice dell'angolo opposto.

Prop. 56. Teor. In ogni triangolo la retta, che alla base è parallela sega i lati in parti proporzionali: e quella che sega proporzionalmente i lati, è parallela alla base.

Coroll. Dunque se ad un lato del triangolo si tireranno più parallele, tutti i segmenti de' lati saranno proporzionali.

Prop. 57. Teor. La base di qualunque triangolo vien divisa proporzionalmente ai corrispondenti lati dalla retta, che per metà divide l' angolo opposto; e così al contrario.

Prop. 58. Teor. I triangoli, nei quali si divide il triangolo rettangolo abbassando la perpendicolare dall' angolo retto sù la base, sono ed al tutto simili, e tra se.

Coroll. I. Nel triangolo rettangolo la perpendicolare abbassata dall' angolo retto su la base, è media proporzionale tra i segmenti di essa base.

Co-

Coroll. II. Ciascuno dei lati comprendenti l' angolo retto è medio proporzionale tra la base, ed il segmento a se adjacente.

Prop. 59. Teor. Nel triangolo rettangolo la figura costruita sopra il lato , che all' angolo retto si oppone uguaglia le simili, e similmente descritte sopra i lati, che lo comprendono.

Prop. 60. Teor. Dunque in ogni triangolo rettangolo il quadrato dell' Ipotenusa , uguaglia quelli dei Cateti presi insieme. Si dimostra questa proposizione senza l' ajuto delle proporzioni.

Scolio. Questo è il famoso teorema Pittagorico , così chiamato dal suo inventore Pitagora, il quale al dir di Vitruvio, Proclo, ed altri offrì alle muse un' Ecatombe per una tale sì felice invenzione. Credo non esservi alcuno, che ignori di quanto gran' uso sia questo teorema in tutta la Matematica, aprendoci il varco alla dottrina delle grandezze incommensurabili, e grande arcano della Geometria.

Uso primo di questo Teorema.

Ritrovare l' interna altezza perpendicolare di una Piramide , di cui possa misurarsi la base , e l' altezza laterale obliqua.

Uso secondo.

Collocandosi supino in terra un osservatore , e tenendo i piedi appoggiati ad una torre , o a qualunque altro edifizio, ritrovare la distanza inaccessibile, che passa tra l' occhio dell' osservatore , e la sommità della torre.

Uso terzo.

Dati più quadrati costruirne uno uguale a tutti.

Uso quarto.

Conosciuti due lati di un triangolo rettangolo ritrovare il terzo.

Prop. 61. Teor. In ogni triangolo rettangolo il triangolo

golo equilatero dell'ipotenuſa uguaglia i triangoli equilateri dei cateti preſi inſieme. Anche queſto ſi dimoſtra ſenza l'ajuto delle proporzioni.

Prop. 62. Teor. Se in un triangolo il quadrato di un lato uguaglia i quadrati de' lati rimanenti, queſti conterranno un angolo retto.

Prod 63. Teor. De' triangoli Iſoſceli gli angoli alla baſe ſono uguali.

Coroll. Dunque il triangolo equilatero ſarà ancora equiangolo.

Prop. 64. Teor. Se un triangolo ha due angoli eguali, avrà parimenti uguali i lati, che a quelli ſi oppongono.

Coroll. Dunque il triangolo equiangolo ſarà ancora equilatero.

Uso di queſto Teorema.

Si debba miſurare una diſtanza inacceſſibile, come ſarebbe la larghezza d'un lago.

Prop. 65. Prob. Sopra una data retta terminata coſtruire un triangolo equilatero.

Uso di queſto Problema.

Queſto Problema è aſſai utile nella Civile Architettura, particolarmente nel delineare una Ovale Architettonica.

Prop. 66. Prob. Coſtruire un Triangolo Iſoſcele, che abbia ciaſcuno degli Angoli alla baſe doppio dell' Angolo verticale.

Coroll. Dunque ciaſcun Angolo alla baſe del già deſcritto Triangolo Iſoſcele è due quinte di due retti, o quattro quinte di un retto; quell' al Vertice è una quinta di due retti, o due quinte di un retto.

CAP.



C A P. VIII.

Della Egualità, e Similitudine dei Triangoli.

Prop. 67. Teor. Se due Triangoli abbiano due lati vicendevolmente uguali a due altri, e gli Angoli al Vertice uguali, avranno uguali le baſi, gli altri angoli, e le aree.

Scolio. Se due Triangoli avranno le baſi uguali, e gli angoli alla baſe vicendevolmente uguali, anche il reſtante di un Triangolo ſarà uguale all' altro.

Uſo di queſto Teorema.

Da queſto Teorema ſi dimoſtra il ſequente Problema appartenente alla Catottrica. Si collochi all' altezza dell' Oſſervatore in un muro una moneta, o qualunque altro corpo, e ſul pavimento ſi ponga orizontalmente uno ſpecchio. Si cerca in qual punto del Pavimento debba ſtare l' Oſſervatore per vedere nello ſpecchio la moneta, o il Corpo già collocato nella Parete.

Prop. 68. Teor. Se due Triangoli ſono vicendevolmente equilateri; avranno gli angoli compreſi da lati uguali, ancora eguali.

Prop. 69. Teor. Se due Triangoli abbiano un Angolo eguale ad uno, l' altro all' altro, ed uguali o i lati intermedj, o due degli oppoſti agli Angoli eguali; avranno parimenti uguali e i rimanenti angoli, e i lati, che agli Angoli uguali ſtanno incontro.

Uſo di queſto Teorema.

Trovare un mezzo facile e ſicuro di conoſcere dall' Altezza di una Torre quando una Nave ſia dentro il tiro del Cannone.

Prop. 70. Teor. I Triangoli poſti ſopra baſi eguali, o ſopra la ſteſſa baſe, e tra le medeſime Parallele, ſono uguali.

Prop. 71. Teor. I Triangoli uguali fatti dalla medeſi-

ma

ma parte sopra la stessa base, sono fra le medesime Parallele.

Prop. 72. Teor. Se in due Triangoli sia un lato uguale ad uno, l'altro all'altro, e degli Angoli da questi lati compresi uno sia maggiore, sarà la base, che se gli oppone, parimenti maggiore. E se la base è maggiore, maggiore ancora sarà l'angolo, che gli sta incontro.

Prop. 73. Teor. I Triangoli egualmeute alti sono tra se come le basi; e se hanno uguali basi saranno in ragion delle altezze.

Prop. 74. Teor. I Triangoli tra se equiangoli sono simili, cioè hanno proporzionali i lati intorno agli angoli uguali.

Coroll. Se in un Triangolo si condurrà una linea parallela ad un lato, si faranno due Triangoli equiangoli.

Uso di questo Teorema.

Per mezzo dell' Ombra di un bastone misurare l' altezza di qualunque Edificio, o altra cosa elevata, come sarebbe per esempio una Piramide.

Prop. 75. Teor. Se due Triangoli hanno un'angolo eguale ad uno, ed i lati intorno a questi proporzionali, saranno simili.

Prop. 77. Teor. I Triangoli uguali, che hanno un Angolo eguale ad uno, anche i lati circa gli Angoli uguali saranno reciprocamente proporzionali; ed all' opposto.

Coroll. I Triangoli, che reciprocano le basi, e le altezze sono uguali.

Prop. 78. Teor. I Triangoli simili sono tra se in ragion duplicata dei lati Omologhi.



CAP.

CAP. IX.

Degli altri Poligoni, e delle loro principali Proprietà.

PRop. 79. Teor. Tutti gli Angoli interni di qualunque figura rettilinea formano due volte tanti retti, meno quattro, quanti sono i lati della figura.

Prop. 80. Teor. Tutti gli Angoli esterni di qualunque figura rettilinea formano la somma di quattro retti.

Prop. 81. Teor. I lati, e gli angoli opposti d'un Parallelogrammo sono uguali, e dalla Diagonale per metà si divide.

Prop. 82. Teor. In ogni Parallelogrammo i compimenti di quei Parallelogrammi, che esistono intorno al Diametro, sono uguali.

Prop. 83. Teor. I Parallelogrammi sopra la medesima, o ugual base, e fra le stesse Parallele, sono uguali.

Coroll. Ne siegue da questo Teoroma, che se vi siano due Città, che abbiano la figura di Parallelogrammo, ed esistano sopra basi uguali, e fra le istesse Parallele; quantunque una superi l'altra in lunghezza per molte miglia, pure sarebbero uguali in grandezza.

Scolio. Da questo Teorema si comprende la maniera di misurare le aree de' Parallelogrammi; moltiplicando cioè la base per l'altezza, o viceversa. E si deve osservare, che quantunque le Parallele si allungassero all'infinito; ed uno dei parallelogrammi indefinitamente anche si prolungasse; sempre sarebbero uguali; perchè la base, e l'altezza resta sempre la stessa.

Prop. 84. Teor. I Parallelogrammi uguali, che hanno un Angolo uguale ad uno, ancora i lati circa gli angoli uguali saranno reciprocamente proporzionali. Ed all' opposto.

Coroll. Dunque i Parallelogrammi, che reciprocano le base, e le altezze sono uguali. Ed al contrario.

Prop.

Prop. 85. Teor. Il Parallelogrammo è doppio del Triangolo poſto ſull' iſteſſa baſe, e tra le medeſime Parallele.

Scolio. Da queſto Teorema s' impara a miſurar l' Area di un Triangolo.

Prop. 86. Teor. I Parallelogrammi egualmente alti ſieguono la raggion delle baſi; e ſe le baſi ſono uguali ſaranno tra loro come le altezze.

Prop. 87. Teor. La ragione dei Parallelogrammi equiangoli è quella, che dalle baſi, e dalle altezze ſi compone.

Prop. 88. Teor. I Parallelogrammi intorno al Diametro di un' altro ſono ſimili tra ſe, ed al tutto.

Prop. 89. Teor. I parallelogrammi ſimili, e ſimilmente poſti, i quali hanno un Angolo comune, avranno comune il diametro.

Prop. 90. Prob. Sopra una data retta coſtruire un Parallelogrammo uguale ad un dato Triangolo in un' Angolo dato.

Prop. 91. Prob. Fare un Parallelogrammo uguale ad un dato Triangolo, e che abbia un'Angolo uguale al dato.

Prop. 92. Teor. In un dato angolo coſtituire un Parallelogrammo uguale ad un dato rettilineo.

Prop. 93. Teor. I Poligoni ſimili ſi riſolvono in triangoli uguali di numero; ſimili tra ſe; e proporzionali a' loro intieri; e ſieguono dei lati omologhi la duplicata ragione.

Coroll. I. Tutte le figure piane ordinate ſono in ragion duplicata de' loro lati omologhi.

Coroll. II. Da queſto Teorema ſi deduce il metodo di accreſcere o diminuire in una data ragione qualunque figura piana rettilinea.

Prop. 94. Teor. Le figure rettilinee, che ſono ſimili alla medeſima, ſono ſimili fra di loro.

Prop. 95. Teor. Le figure rettilinee ſimili, e ſimilmente deſcritte ſu dei lati proporzionali, coſtituiſcono proporzione. Ed al Contrario.

Prop.

Prop. 96. Prob. Sopra una data retta descrivere un Poligono simile, e similmente posto ad un' altro.

Uso di questo Problema.

Da questo Problema deriva il metodo di costruire Mappe, o carte Geografiche, Corografiche, e Geodetiche, o sia in questo Problema si stabilisce la maggior parte delle pratiche per delineare Paesi, Fabriche, e Campi: imperocchè li delineatori di tali carte altro non vogliono, che il mezzo di ridurre le figure grandi in piccolo, il quale viene loro somministrato da questo Problema.

Prop. 97. Prob. Dati due rettilinei costruirne un terzo simile ad uno, ed eguale ad un' altro.

Prop. 98. Teor. Il rettangolo compreso da due rette uguaglia quei, che si comprendono da una di esse, e da ciascuna delle parti, nelle quali l' altra comunque si divida.

Prop. 99. Prob. Sopra una data retta descrivere un Quadrato.

Prop. 100. Teor. Il Quadrato di una retta comunque segata in un punto uguaglia i due Rettangoli contenuti dalla retta intiera, e da ciascuna delle parti.

Prop. 101. Teor. Il Rettangolo compreso da una retta segata in un punto; e da una delle sue parti, uguaglia il quadrato della stessa parte, più il rettangolo di ambidue le parti.

Prop. 102. Teor. Se una retta si divida comunque in un punto, i quadrati delle parti con i due rettangoli, che dalle parti medesime si comprendono, uguagliano il quadrato dell' intiera.

Coroll. Dunque divisa una retta per metà, il quadrato della doppia sarà quadruplo di quello della metà.

Prop. 103. Teor. Divisa una retta in due parti uguali, ed in due disuguali, il rettangolo delle disuguali col

quadrato dell' intermedia parte alle sezzioni, uguaglierà il quadrato della metà.

Prop. 104. Teor. Se ad una retta per metà divisa si aggiunga un' altra in diretto, sarà il rettangolo compreso da tutta la composta, e dall' aggiunta, insieme col quadrato della metà della data, uguale al quadrato della retta, che dalla metà, e dall' aggiunta si compone.

Prop. 105. Teor. I due quadrati di una retta segata in un punto, e di una delle sue parti, uguagliano il doppio rettangolo di essa retta, e della parte stessa, col quadrato della parte rimanente.

Prop. 106. Teor. Se ad una retta segata per metà si aggiunga per diritto un' altra, sarà il quadrato dell' aggiunta insieme col quadruplo rettangolo della metà e di quella, che dall' aggiunta, e dalla metà si compone, uguale al quadrato di tutta la composta.

Prop. 107. Teor. Se una retta sia divisa in due parti uguali, ed in due dissuguali, i quadrati delle disuguali saranno il doppio di quei della metà, e della parte alle sezioni intermedia.

Prop. 108. Teor. Se ad una retta per metà divisa, in diretto si aggiunga un' altra, i due quadrati di tutta la composta, e dell' aggiunta saranno il doppio di quei della metà, e dalla retta, che dalla metà, e dall' aggiunta si compone.

Prop. 109. Prob. Segare in un punto una retta data, talchè il rettangolo compreso da essa, e da una delle parti sue, uguaglia il quadrato della parte rimanente.

Prop. 110. Prob. Costruire un quadrato uguale ad un dato rettilineo.

CAP.

C A P. X.

Del Cerchio.

PRop. 111. Prob. Dato un cerchio ritrovarne il centro.

Prop. 112. Prob. Data una porzione di cerchio descrivere il cerchio intiero.

Uso di questo Problema.

Trovare un punto, nel quale stando un' osservatore possa vedere un oggetto sotto un' angolo doppio di un altro dato.

Prop. 113. Prob. Segare per metà un arco dato.

Prob. 114. Prob. Sopra una data retta descrivere una porzione di cerchio, che comprenda un angolo eguale al dato.

Prop. 115 Prob. Da un dato cerchio togliere una porzione capace di un angolo dato.

Prop. 116. Teor. Se da qualunque punto della periferia d' un cerchio si conduca una perpendicolare sul diametro, questa sarà media proporzionale tra' i segmenti del diametro.

Prop. 117. Teor. Il punto nel cerchio, donde alla circonferenza arrivano più di due rette uguali, è di esso il centro.

Prop. 118. Teor. La proporzione de' circoli è duplicata della proporzione de' diametri.

Prop. 119. Teor. Se due circoli interiormente si toccano; la retta condotta per i di loro centri, passerà per il contatto.

Prop. 120. Teor. Se due cerchi si toccano esteriormente; la retta che congiunge i centri passerà per il punto di contatto.

Prop. 121. Teor. I cerchi che si segano, o che al di dentro si toccano, non hanno il medesimo centro.

D 2 Prop.

Prop. 122. Un cerchio colla ſua circonferenza non ſega quella di un altro, ſe non che in due punti.

Prop. 123. Teor. Il contatto de' cerchi è in un punto ſolo: al pari che in un ſol punto è quello del cerchio, e della linea retta.



C A P. XI.

Della Iſcrizione, e Circoſcrizione delle figure piane rettilinee al cerchio.

PRop. 124. Prob. In un dato cerchio iſcrivere una retta data non maggiore del diametro.

Prop. 125. Prob. Deſcrivere in un dato cerchio un triangolo equiangolo al dato.

Prop. 126. Prob. Intorno ad un dato cerchio circoſcrivere un triangolo equiangolo al dato.

Prop. 127. Prob. In un triangolo dato iſcrivere un cerchio.

Prop. 128. Prob. Intorno ad un triangolo circoſcrivere un cerchio.

Prop. 129. Prob. Ad un dato cerchio iſcrivere, e circoſcrivere un quadrato.

Scolio. Il quadrato circoſcritto è doppio dell' iſcritto al cerchio: e queſto è doppio del quadrato del raggio.

Prop. 130. Prob. Ad un quadrato dato iſcrivere, e circoſcrivere un cerchio.

Prop. 131. Prob. Ad un dato cerchio iſcrivere e circoſcrivere un Pentagono ordinato.

Coroll. L'angolo del Pentagono ordinato fa ſei quinte di un retto, o tre di due.

Prop. 132. Prob. Dato un Pentagono regolare iſcrivervi, e circoſcrivervi un cerchio.

Prop. 133. Prob. In un dato cerchio deſcrivere un Eſagono regolare.

Co-

Coroll. I. Il lato dell' esagono iscritto al cerchio è eguale al raggio.

Coroll. II. L' angolo dell' esagono ordinato è quattro terze di un retto.

Prop. 134. Prob. In un dato circolo iscrivere un triangolo equilatero.

Coroll. Il lato del triangolo iscritto al cerchio, taglia dal diametro normale ad esso lato, una quarta parte.

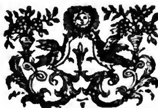
Prop. 135. Prob. In un dato cerchio iscrivere un Quindecagono ordinato.

Prop. 136. Teor. Dei quadrilateri iscritti al cerchio gli angoli opposti sono uguali a due retti.

Prop. 137. Teor. I Poligoni simili descritti nei cerchi sono tra loro nella ragion duplicata de' diametri.

Prop. 138. Teor. I Poligoni iscritti, e circoscritti al cerchio terminano al cerchio medesimo. Ed i perimetri di questi poligoni vanno a terminare nella periferia del cerchio.

Fine della prima Parte.



PAR-

PARTE SECONDA.

Degli elementi di Geometria Piana.

TErminata quella parte di Geometria Piana, che diceſi *Piana*, paſſeremo ora all'altra, che chiamaſi *Solida*, per ragione delle figure, intorno a cui eſſa ſi aggira, che ſono *Corpi*, ovvero *Solidi*: ſotto la qual denominazione intendeſi tutto ciò, che è dotato di trina dimenſione. Nelle figure ſolide, terminate da ſuperficie piane, incontranſi così rette con piani, che piani con altri piani; onde prima di entrare nell' analiſi di quelle figure, fa d'uopo vedere, come poſſa farſi un tale incontro. E poichè gli angoli, che ſi ravviſano nelle punte delle ſteſſe figure, ſono differenti dagli angoli piani; per cui chiamanſi *Angoli ſolidi*: ragion vuole, che preventivamente ſi tratti ancora dell' indole e delle proprietà dell' angolo ſolido. Sia dunque.

C A P. I.

Dell' incontro di un Piano con la linea retta, o con un altro Piano.

PRop. 139. Teor. Di una linea retta, non può parte di eſſa giacere in un piano, e parte elevarſi in ſublime.

Prop. 140. Teor. Ogni triangolo è in un ſol piano: ed in un ſolo parimenti ſono due rette che ſi ſegano.

Prop. 141. Teor. La ſezione di due piani è una linea retta.

Prop. 142. Teor. La normale a due rette, che ſi ſegano, è perpendicolare al piano di eſſe.

Prop. 143. Teor. Nello ſteſſo piano ſono tre rette, che s' incontrano in un punto, ed alle quali è perpendicolare in quel punto una retta ſteſſa.

Prop.

Prop. 144. Teor. Le perpendicolari al medesimo piano, sono tra se parallele.

Prop. 145. Teor. Nel piano di due parallele è la retta, che le congiunge.

Prop. 146. Teor. Se una di due parallele è retta ad un piano; sarà normale allo stesso piano anche l'altra.

Prop. 147. Teor. Le parallele alla stessa retta, benchè in piani diversi, sono tra se parallele.

Prop. 148. Teor. Gli angoli, che in piani diversi hanno i lati paralleli, sono tra loro uguali.

Prop. 149 Prob. Da un dato punto sublime sopra un piano abbassare una perpendicolare.

Prop. 150. Prob. Da un dato punto in un piano elevare su di esso una perpendicolare.

Prop. 151. Teor. Da un'istesso punto non si può tirare ad un piano se non che una sola perpendicolare.

Prop. 152. Teor. I piani, ai quali un'istessa retta è normale, sono tra se paralleli.

Prop. 153. Teor. Se due rette convergenti in un punto sono parallele a due altre, che parimenti s'incontrano, ed esistano in piani diversi; questi piani che passano per le dette rette sono paralleli.

Prop. 154. Teor. De' piani paralleli segati da un terzo piano, parallele sono le sezioni.

Prop. 155. Teor. Le rette segate da più piani paralleli sono divise in parti proporzionali.

Prop. 156. Teor. I piani, che passano per una retta perpendicolare ad un piano, sono normali a questo piano.

Prop. 157. Teor. La sezione di due piani retti ad un altro, è retta a questo piano.

CAP.

C A P. II.

Dell' Angolo solido.

A*Ngolo solido* chiamasi quello, che si comprende da più di due angoli piani tra loro inclinati, e di cui i vertici unisconsi in un punto stesso.

Prop. 158. Teor. Di tre angoli piani, che comprendono un angolo solido, due insieme sono maggiori del terzo.

Prop. 159. Teor. Tutti gli angoli piani, de' quali l'angolo solido si compone, presi insieme, sono minori di quattro retti.

Scol. Da questa seconda proprietà dell' angolo solido si deduce, che volendosi formare l' angolo solido con angoli piani di figure regolari della stessa specie, potrà farsi soltanto uso di quelli del triangolo equilatero, del quadrato, e del pentagono regolare. Onde siegue *che cinque soli sono i poliedri regolari, cioè il Tetraedro, l' Ottaedro, l' Icosaedro, l' Isaedro, ed il Dodecaedro.*

C A P. III.

Delle figure solide.

LE figure solide possono ridursi a tre classi; perchè di esse alcune sono racchiuse da sole superficie piane, altre da sole superficie curve; ed altre in fine da piane e curve insieme. Indagaremo di queste le principali proprietà.

Del Prisma, del Parallelepipedo, e della Piramide.

Il *Prisma*, per cui s' intende un solido terminato da basi uguali e parallele, che sono parallelogrammi, può essere di varie specie, secondo che varie saranno le due basi opposte: sarà *triangolare* se le basi opposte sono

ſono *triangoli*: ſarà *quadrangolare*, ſe ſono *quadrilateri*.
Il *Priſma* poi ſi dirà *Parallelepidedo*, ſe le baſi ſaranno parallelogrammi.

Piramide chiamaſi quel ſolido, che avendo per baſe una figura piana rettilinea qualunque, è cinto lateralmente da triangoli, che congiungono i lati della baſe con un punto preſo fuori di eſſa, in cui uniſconſi i loro angoli verticali.

Prop. 160. Teor. Di ogni parallelepipedo i piani oppoſti ſono parallelogrammi, ſimili, ed uguali.

Prop. 161. Teor. Il parallelepipedo, o qualunque priſma ſegato da un piano parallelo agli oppoſti, è diviſo in parti proporzionali alle baſi.

Prop. 162. Teor. Il parallelepipedo ſegato da un piano, che paſſa per le diagonali di due piani oppoſti è diviſo per metà in due priſmi triangolari eguali.

Prop. 163. Teor. I parallelepipedi, che hanno la ſteſſa baſe, e la medeſima altezza, ſono uguali.

Prop. 164. Teor. Uguali ſono i Parallelepedi, che hanno baſi, ed altezze uguali.

Prop. 165. Teor. I Parallelepipedi, che hanno alle altezze reciprocamente proporzionali le baſi; ſono uguali. Ed al contrario.

Prop. 166. Teor. I Parallelepipedi egualmente alti ſieguono la ragion delle baſi: ma ſe hanno eguali le baſi, ſeguiranno la ragion delle altezze.

Prop. 167. Teor. La ragione de' Parallelepipedi è quella, che delle baſi, e delle altezze ſi compone.

Prop. 168. Teor. I Parallelepipedi ſimili ſono tra loro nella triplicata ragione de' lati omologhi.

Scolio. Tutte le proprietà dei Parallelepipedi da noi finora eſpoſte, convengono parimenti ai priſmi trangolari, e poligoni.

Prop. 169. Teor. Il Parallelepipedo fatto di tre rette

continuamente proporzionali, uguaglia l' equiangolo, che si fa dalla media.

Prop. 170. Teor. I Parallelepipedi simili, e similmente descritti sù dei lati proporzionali formano proporzione; ed al contrario.

Prop. 171. Teor. Se di due Prismi trangolari ugualmente alti, uno abbia la base parallelogramma doppia della base triangolare dell' altro: l' uno sarà uguale all' altro.

Scolio. Dalle cose fin quì dette, si ricava la dimensione dei Prismi triangolari, e quadrangolari, o sia de' Parallelepipedi, moltiplicando la base per l' altezza, ed al contrario; e per i Prismi triangolari moltiplicando l' altezza per la metà della base; o tutta la base per la metà dell' altezza.

Lemma I. Se due Piramidi triangolari vengano segate da piani paralleli alle basi, i quali dividano proporzionalmente i lati delle Piramidi, questi piani seguiranno la ragion delle basi.

Lemma II. I Prismi iscritti successivamente all' infinito in una Piramide triangolare, terminano nella Piramide stessa.

Prop. 172. Teor. Le Piramidi triangolari, al pari che le poligone, ugualmente alte sieguono la ragione delle basi: e se le basi sono uguali; saranno le Piramidi in ragion delle altezze.

Coroll. Dunque le Piramidi di eguale altezza, e che hanno basi uguali, sono uguali.

Prop. 173. Teor. Le Piramidi che reciprocano le basi colle altezze, sono uguali; ed al contrario.

Prop. 174. Teor. Ogni Piramide è la terza parte del Prisma, col quale ha la stessa base, e la medesima altezza.

Prop. 175. Teor. La ragione delle Piramidi è quella, che delle basi, e delle altezze si compone.

Prop. 176. Teor. Le Piramidi simili sieguono la ragion triplicata de' lati Omologhi.

Scolio. Siccome la solidità del Prisma si ha moltiplicando la base per l'altezza; così quella della Piramide si avrà moltiplicando la base per la terza parte dell' altezza. O all' opposto.



C A P. IV.

Del Cono, e del Cilindro.

SE da un Punto fuori di un cerchio si tiri una tangente allo stesso cerchio, che giri intorno alla Periferia fintantochè ritorni donde partì; la figura che ne risulterà chiamasi *Cono*. E se una simile operazione si faccia intorno a due circoli eguali, e paralleli, avremo un *Cilindro*.

Lemma. Le Piramidi iscritte ai Coni, ed i Prismi ai Cilindri terminano quelle nei Coni, e questi nei Cilindri.

Prop. 177. Teor. Il Cono sta al Cilindro, che ha la stessa base, e la medesima altezza, come 1: 3.

Prop. 178. Teor. Il Cilindro segato da un Piano parallelo alle basi, è segato in parti proporzionali ai segmenti dell' asse, e quindi delle altezze.

Prop. 179. Teor. I Coni di pari altezza, non meno, che i Cilindri, sieguono delle basi la ragione: e quelli di basi uguali sono tra loro come le altezze.

Coroll. Dunque i Cilindri, ed i Coni, che hanno uguali le basi, e le altezze, sono eguali fra di loro.

Prop.

Prop. 180. Teor. I Cilindri al pari che i Coni sieguono la ragion composta delle basi, e delle altezze.

Prop. 181. La ragione dei Coni, e de' Cilindri simili è triplicata di quella de' Diametri delle basi.

Prop. 182. Teor. I coni ed i Cilindri uguali reciprocano le basi, e le altezze. Ed al contrario.

Scolio. La solidità del Cilindro si ha moltiplicando la base per l'altezza. Quella del Cono poi con moltiplicare la base per la terza parte dell'altezza.

CAPO ULTIMO.

Della Sfera.

LA *Sfera* è un solido compreso da una superficie, alla quale tutte le rette linee da un punto preso dentro tirate, sono uguali.

Lemma. I Cilindri iscritti all'Emisfero, vanno a terminare in quello.

Prop. 183. Teor. La ragione delle sfere è triplicata di quella de' diametri.

Coroll. Conosciuta dunque la Proporzione de' Diametri si avrà pure quella della sfera.

FINE.